

Formelsammlung EMA1

© Prof. Dr. L. Zunker, RFH Köln

Grundlagen Kinematik:

Zusammenhang: Translation-Rotation

Weg-Winkel	$s = \varphi \cdot r$
Geschwindigkeit-Drehzahl	$v = 2\pi \cdot n \cdot r$

Translation	Rotation
Weg: s	Winkel φ
Geschwindigkeit: $v = \frac{ds}{dt}$	Winkelgeschwindigkeit: $\omega = \frac{d\varphi}{dt}$
Beschleunigung: $a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2s}{dt^2}$	Winkelbeschleunigung: $\alpha = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\varphi}{dt^2}$

Gleichförmige Bewegung

Beschleunigung: $a = 0$	Winkelbeschleunigung: $\alpha = 0$
Geschwindigkeit: $v = \text{const.} \neq 0$	Winkelgeschwindigkeit: $\omega = \text{const.} \neq 0$
Weg: $s = v \cdot t$	Winkel: $\varphi = \omega \cdot t$

Gleichmäßig beschleunigte Bewegung

Beschleunigung: $a = \text{const.} \neq 0$	Winkelbeschleunigung: $\alpha = \text{const.} \neq 0$
Geschwindigkeit: $v = a \cdot t$	Winkelgeschwindigkeit: $\omega = \alpha \cdot t$
Weg: $s = \frac{1}{2} a \cdot t^2$	Winkel: $\varphi = \frac{1}{2} \alpha \cdot t^2$

Grundlagen Dynamik:

Drehmoment-Kraft	$M = r \cdot F$
------------------	-----------------

Masse: m	Massenträgheitsmoment: J
Impuls: $p = m \cdot v$	Drehimpuls: $L = J \cdot \omega$
Kraft: $F = \frac{dp}{dt} = m \cdot \frac{dv}{dt} = m \cdot a$	Drehmoment: $M = \frac{dL}{dt} = J \cdot \frac{d\omega}{dt} = J \cdot \alpha$
Arbeit: $W = F \cdot s$	Drehtarbeit: $W = M \cdot \varphi$
Leistung: $P = \frac{dW}{dt} = F \cdot \frac{ds}{dt} = F \cdot v$	Rotationsleistung: $P = \frac{dW}{dt} = M \cdot \frac{d\varphi}{dt} = M \cdot \alpha$
Kin. Energie: $W_{kin} = \frac{1}{2} m \cdot v^2$	Kin. Rotationsenergie: $W_{kin} = \frac{1}{2} J \cdot \omega^2$

Asynchronmaschine

Synchrone Drehzahl: $n_D = \frac{f_1}{p}$ $f_1 =$ Speisefrequenz, $p =$ Polpaarzahl

(Drehfelddrehzahl)

Schlupf: $s := \frac{n_D - n_L}{n_D} = 1 - \frac{n_L}{n_D}$ $n_L =$ Läuferdrehzahl

Läuferdrehzahl: $n_L = n_D \cdot (1 - s)$

Leistungsbilanz des Asynchronmotors:

$P_{elek,Aufnahme} = P_D$ mit $P_{elek,Aufnahme} = \sqrt{3} \cdot U_{Leiter} \cdot (I_{Leiter} \cdot \cos(\varphi))$

$P_D = P_{elek,i} + P_{elek,V}$ mit $P_{elek,i} = P_D \cdot (1 - s)$ und $P_{elek,V} = P_D \cdot s$

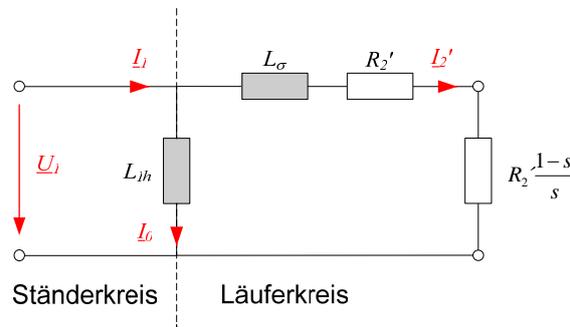
$P_{elek,i} = P_{mech,i}$ mit $P_{mech,i} = 2\pi \cdot n_L \cdot M_i$

$P_{mech,i} = P_{mech,Abgabe} + P_{mech,V}$ mit $P_{mech,Abgabe} = 2\pi \cdot n_L \cdot M_{Welle}$ und $P_{mech,V} = 2\pi \cdot n_L \cdot M_{reib}$

Inneres Drehmoment: $M_i = \frac{P_D}{2\pi \cdot n_D} = \frac{\sqrt{3} \cdot U_{Leiter} \cdot (I_{Leiter} \cdot \cos(\varphi)) \cdot p}{2\pi \cdot f_1}$

Kloss'sche Formel: $\frac{M_i}{M_{kipf}} \cong \frac{2}{\frac{s_{kipf}}{s} + \frac{s}{s_{kipf}}}$

Vereinfachtes ESB:

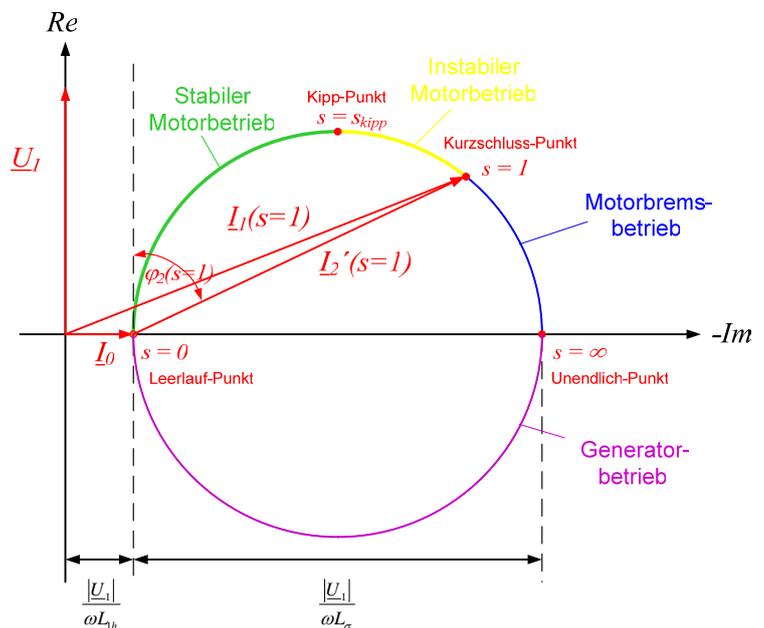


$$R_{ges} = R_2' + R_2 \frac{1-s}{s} = \frac{R_2'}{s}$$

Stromortskurve:

$$\underline{I}_1 = \underline{I}_0 + \underline{I}_2' = \frac{\underline{U}_1}{j\omega L_{1h}} + \frac{\underline{U}_1}{\frac{R_2'}{s} + j\omega L_\sigma}$$

$$\varphi_2(s=1) = \arctan\left(\frac{\omega L_\sigma}{R_2'}\right)$$



Gleichstrommaschine

1. Grundgleichung: $n = \frac{1}{c_1 \cdot \Phi_E} U_i$

2. Grundgleichung: $M_i = \frac{c_1 \cdot \Phi_E}{2\pi} \cdot I_A$

Elektromechanische Wandlung:

$$P_{elek,i} = U_i \cdot I_A = 2\pi \cdot n \cdot M_i = P_{mech,i}$$

Motor: $P_{elek,Aufnahme} = P_{elek,V} + P_{elek,i}$

$$P_{mech,i} = P_{mech,V} + P_{mech,Abgabe}$$

Generator: $P_{mech,Aufnahme} = P_{mech,V} + P_{mech,i}$

$$P_{elek,i} = P_{elek,V} + P_{elek,Abgabe}$$

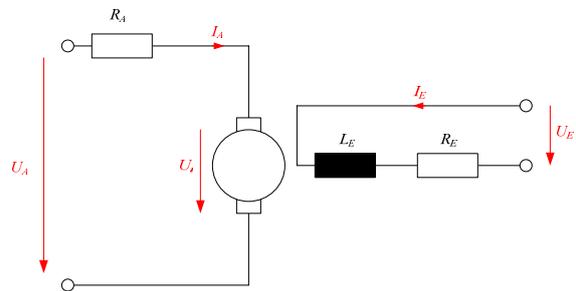
Fremderregte Gleichstrommaschine

Voraus.: $c_1 \cdot \Phi_E = const.$

Drehzahl-Drehmoment-Kennlinie:

$$n = n_0 - \kappa_F \cdot M_i$$

$$n_0 = \frac{U_A}{c_1 \cdot \Phi_E} \quad \kappa_F = \frac{2\pi \cdot R_A}{(c_1 \cdot \Phi_E)^2}$$



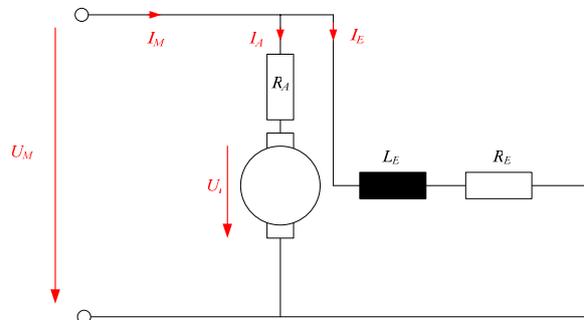
Nebenschluss-Maschine ($U_E = U_A =: U_M$)

Voraus.: $c_1 \cdot \Phi_E = k_E \cdot I_E = \frac{k_E}{R_E} U_M$

Drehzahl-Drehmoment-Kennlinie:

$$n = n_0 - \kappa_N \cdot M_i$$

$$n_0 = \frac{R_E}{k_E} \quad \kappa_N = \frac{2\pi R_A R_E^2}{k_E^2} \frac{1}{U_M^2}$$

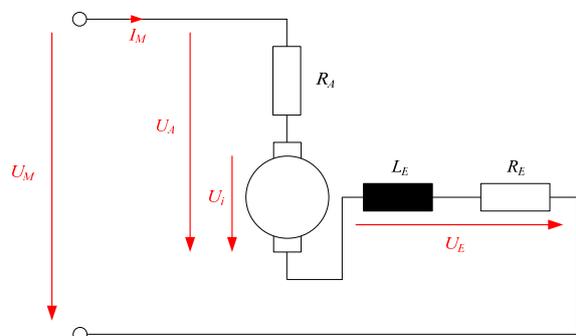


Reihenschluss-Maschine ($I_E = I_A =: I_M$)

Voraus.: $c_1 \cdot \Phi_E = k_E \cdot I_M$

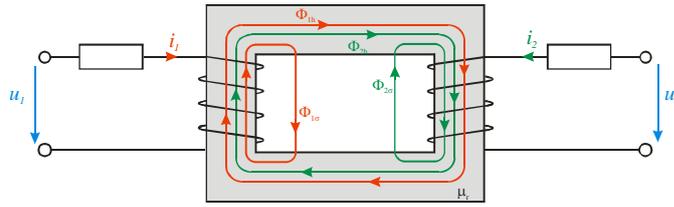
Drehzahl-Drehmoment-Kennlinie:

$$n = \frac{U_M}{\sqrt{2\pi \cdot k_E} \cdot \sqrt{M_i}} - \frac{R_A + R_E}{k_E}$$



Transformator

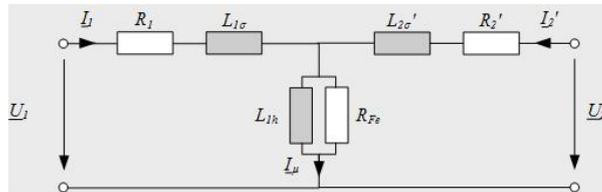
Nachrichten-ESB des Transformator



$$\underline{U}_1 = R_1 \cdot \underline{I}_1 + j\omega L_1 \cdot \underline{I}_1 + j\omega M \cdot \underline{I}_2$$

$$\underline{U}_2 = R_2 \cdot \underline{I}_2 + j\omega L_2 \cdot \underline{I}_2 + j\omega M \cdot \underline{I}_1$$

Energie-ESB des Transformator



Gesamtinduktivität der Oberspannungsseite: $L_1 = L_{1h} + L_{1\sigma}$

Gesamtinduktivität der Unterspannungsseite: $L_2 = L_{2h} + L_{2\sigma} = \frac{1}{\dot{u}^2} L_{1h} + L_{2\sigma}$

Auf Oberspannungsseite bezogene Größen:

Leitungswiderstand der Unterspannungsseite: $R_2' = \dot{u}^2 \cdot R_2$

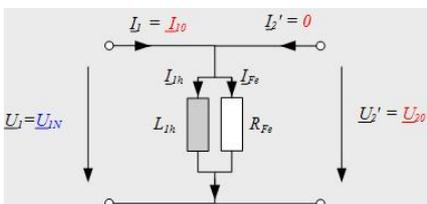
Streuinduktivität der Unterspannungsseite: $L_{2\sigma}' = \dot{u}^2 \cdot L_{2\sigma}$

Gesamtinduktivität der Unterspannungsseite: $L_2' = \dot{u}^2 \cdot L_2 = L_{1h} + \dot{u}^2 \cdot L_{2\sigma}$

Strom der Unterspannungsseite: $\underline{I}_2' = \frac{1}{\dot{u}} \cdot \underline{I}_2$

Spannung der Unterspannungsseite: $\underline{U}_2' = \dot{u} \cdot \underline{U}_2$

Leerlauf-ESB des Transformators

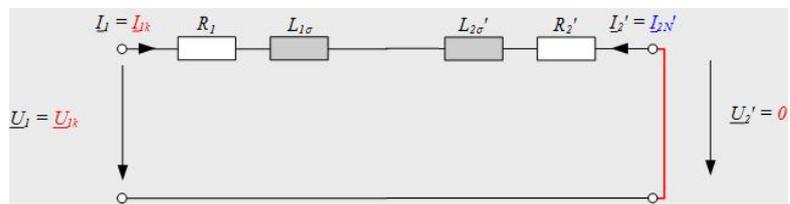


$$\cos(\varphi_{10}) = \frac{P_{10}}{U_{1N} \cdot I_{10}}$$

$$R_{Fe} = \frac{U_{1N}}{I_{Fe}}$$

$$\omega L_{1h} = \frac{U_{1N}}{I_{1h}}$$

Kurzschluss-ESB des Transformators



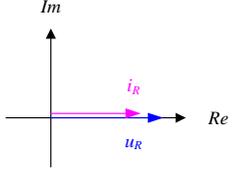
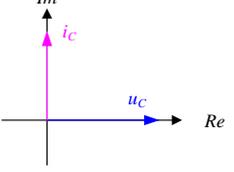
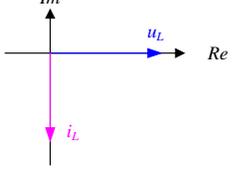
$$\cos(\varphi_{1k}) = \frac{P_{1k}}{U_{1k} \cdot I_{1N}}$$

$$R_{Cu} = \frac{U_{Cu}}{I_{1N}}$$

$$\omega L_{\sigma} = \frac{U_{\sigma}}{I_{1N}}$$

Rel. Kurzschlussspannung: $u_k := \frac{U_{1k}}{U_{1N}} \cdot 100\%$ für $I_{1k} = I_{1N}$

Grundlagen der Wechselstromtechnik

	Wirkwiderstand	Kondensator	Spule
DGL (allgemein):	$u_R := R \cdot i_R$	$i_c := C \frac{du_c}{dt}$	$u_L := L \frac{di_L}{dt}$
Impedanz	$z_R = R$	$z_C = \frac{1}{j\omega C} = -j \frac{1}{\omega C} = -jX_C$	$z_L = j\omega L = jX_L$
			

Komplexe Impedanzen

Exponentialform: $\underline{Z} = Z \cdot e^{j\varphi}$

Komponentenform $\underline{Z} = R + jX = Z(\cos(\varphi) + j\sin(\varphi))$

Realteil: $\operatorname{Re}\{\underline{Z}\} = R = Z \cdot \cos(\varphi)$

Imagiärteil: $\operatorname{Im}\{\underline{Z}\} = X = Z \cdot \sin(\varphi)$

Betrag: $Z = |\underline{Z}| = \sqrt{R^2 + X^2}$

Phasenwinkel: $\varphi = \arctan\left(\frac{X}{R}\right)$

Scheinleistung $\underline{S} = \underline{U} \cdot \underline{I}^* = P + jQ$

Wirkleistung: $\operatorname{Re}\{\underline{S}\} = P = S \cdot \cos(\varphi)$

Blindleistung $\operatorname{Im}\{\underline{S}\} = Q = S \cdot \sin(\varphi)$

Wechselstromkreise:

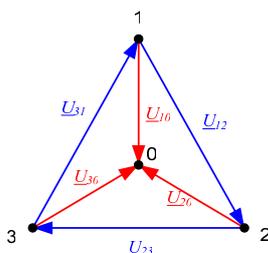
Ohm'sches Gesetz: $\underline{U} = \underline{Z} \cdot \underline{I}$

1. Kirschhoff: $\sum \underline{I} = 0$ (Knotenpunktregel)

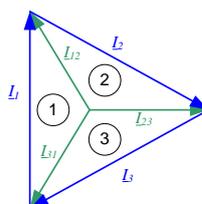
2. Kirschhoff: $\sum \underline{U} = 0$ (Maschenregel)

Symmetrische Dreiphasensysteme

Spannungsstern



Stromstern



Scheinleistung: $\underline{S} = \sqrt{3} \cdot \underline{U}_{Leiter} \cdot \underline{I}_{Leiter}^*$

- b) Erläutern sie an einer kurzen Prinzipskizze das synchrone Motorprinzip. Gehen Sie insbesondere auf die elementare Beschreibungsgröße der Synchronmaschine ein. Wie ändert sich diese in Abhängigkeit vom an der Welle angreifendem Drehmoment ab. Bis zu welchem Betriebspunkt kann ein Synchronmotor belastet werden. (5 Punkte)
- c) Bei Synchrongeneratoren werden zwei unterschiedliche Bauweisen des Läufers eingesetzt. Erklären Sie anhand einfacher Zeichnungen die Unterschiede beider Bauweisen. In welchen Generatortypen werden diese üblicherweise eingesetzt. (5 Punkte)

Aufgabe 4: Sachfragen (25 Punkte)

Die Synchronmaschine gehört allgemein in die Klasse der Drehfeldmaschinen.

- a) Erklären in Form von 3 Gedankenexperimenten, wie die Erzeugung des Drehfeldes einer 4-poligen Maschine funktioniert. Gehen Sie auf insbesondere auf die Verschaltung der das Drehfeld erzeugenden Spulen und auf den Feldverlauf des Luftspaltinduktionsfeld ein. Leiten Sie her, mit welcher Geschwindigkeit das Drehfeld umläuft. (10 Punkte)

- f) Für ein gutes Hallenklima ist erfahrungsgemäß eine Rauchgasabsaugleistung von 83,3 m³/min ausreichend. Mit welcher Wirkleistung belastet der Motor in diesem Betriebspunkt das Stromnetz ?(3 Punkte) Wie groß sind dann der Wirkungsgrad und Wirkleistungsfaktor des Asynchronmotors? (3 Punkte)

aus Diagramm: 83,3 m³/min => 123,5 Nm

Verhältnisrechnung liefert:

$$\frac{m8}{m2} = \frac{M_{\text{ausreichend}}}{M_{\text{kip}}}$$

$$m8 = \frac{M_{\text{ausreichend}}}{M_{\text{kip}}} \cdot m2 = 7 \text{ cm}$$

$$I_{1,\text{wirk},\text{ausreichend}} = 28 \text{ A}$$

$$P_{\text{elek},\text{Aufnahme}} = \sqrt{3} \cdot U_{\text{Leiter}} \cdot I_{1,\text{wirk},\text{ausreichend}} = 19,398 \text{ kW}$$

Wegen $P_{\text{mech},v=0}$ gilt:

$$\eta = \frac{P_{\text{mech},\text{Abgabe}}}{P_{\text{elek},\text{Aufnahme}}} = \frac{P_{\text{mech},i}}{P_D} = 1 - s = \frac{m10}{m8} = \frac{6,46 \text{ cm}}{7 \text{ cm}} = 0,923$$

$$\tan(\varphi_1) = \frac{m9}{m8} \quad \varphi_1 = \arctan\left(\frac{m9}{m8}\right) = \arctan\left(\frac{5 \text{ cm}}{7 \text{ cm}}\right) = 35,54^\circ \quad \cos(\varphi_1) = \cos(35,53^\circ) = 0,814$$

- d) Wie groß ist der Leerlaufstrom I_0 ? (1 Punkt) Wie groß ist das Nennmoment M_N ? (1 Punkt)
Wie groß ist die Nennscheinleistungsaufnahme S_N ? (1 Punkt)

$$\text{Leerlaufstrom: } I_{0,Strecke} = (M - r) = 10\text{cm} - 8,66\text{cm} = 1,34\text{cm} \quad \Leftrightarrow \quad I_0 = 5,36\text{A}$$

$$\text{Nennmoment: } M_N = \frac{P_{mech,N}}{2\pi \cdot n_N} = \frac{11520\text{ W} \cdot 60\text{s}}{2\pi \cdot 1440} = 76,4\text{ Nm}$$

$$\text{Scheinleistung: } S_N = \sqrt{3} \cdot U_N \cdot I_N = \sqrt{3} \cdot 400\text{V} \cdot 20\text{A} = 13,856\text{ kVA}$$

- e) Welche theoretisch maximale Luftleistung ist das Ventilationssystem in der Lage zu liefern ? (1 Punkt) Warum sollte diese Luftleistung nie dem Ventilationssystem abverlangt werden ? (1 Punkt) Wie groß ist in diesem Fall das Drehmoment, die Motordrehzahl und die Motorluftspaltleistung (3 Punkte)

die maximale Luftleistung wird durch das Kippmoment begrenzt.

durch Verhältnisrechnung aus dem Heylandkreis

$$m1 = 5\text{cm} \cdot \cos(30^\circ) = 4,33\text{cm}$$

$$m2 = 5\text{cm} \cdot \tan(60^\circ) = 8,66\text{cm}$$

$$M_{kip} = \frac{m2}{m1} M_N = \frac{8,66\text{cm}}{4,33\text{cm}} \cdot 76,4\text{ Nm} = 2 \cdot 76,4\text{ Nm} = 152,8\text{Nm}$$

aus Diagramm: Luftleistung = 87,9 m³/min

Wird der Asynchronmotor im Kipp-Moment betrieben, reicht das minimalste zusätzliche Störmoment, um den Asynchronmotor „außer Tritt“ geraten zu lassen.

Da die Lage der „Gerade der mechanischen Leistung“ noch unbekannt ist, kann der Kippschlupf leider nicht aus dem Heyland-Kreis unmittelbar aus einer Verhältnisrechnung ermittelt werden. Es muss also mit Hilfe des Nenn(Optimal)-Punkt und dem Nennschlupf die Schlupfgerade konstruiert und dann über den Kipp-Punkt der Kipp-Schlupf abgelesen werden. => $s_{kip} =$

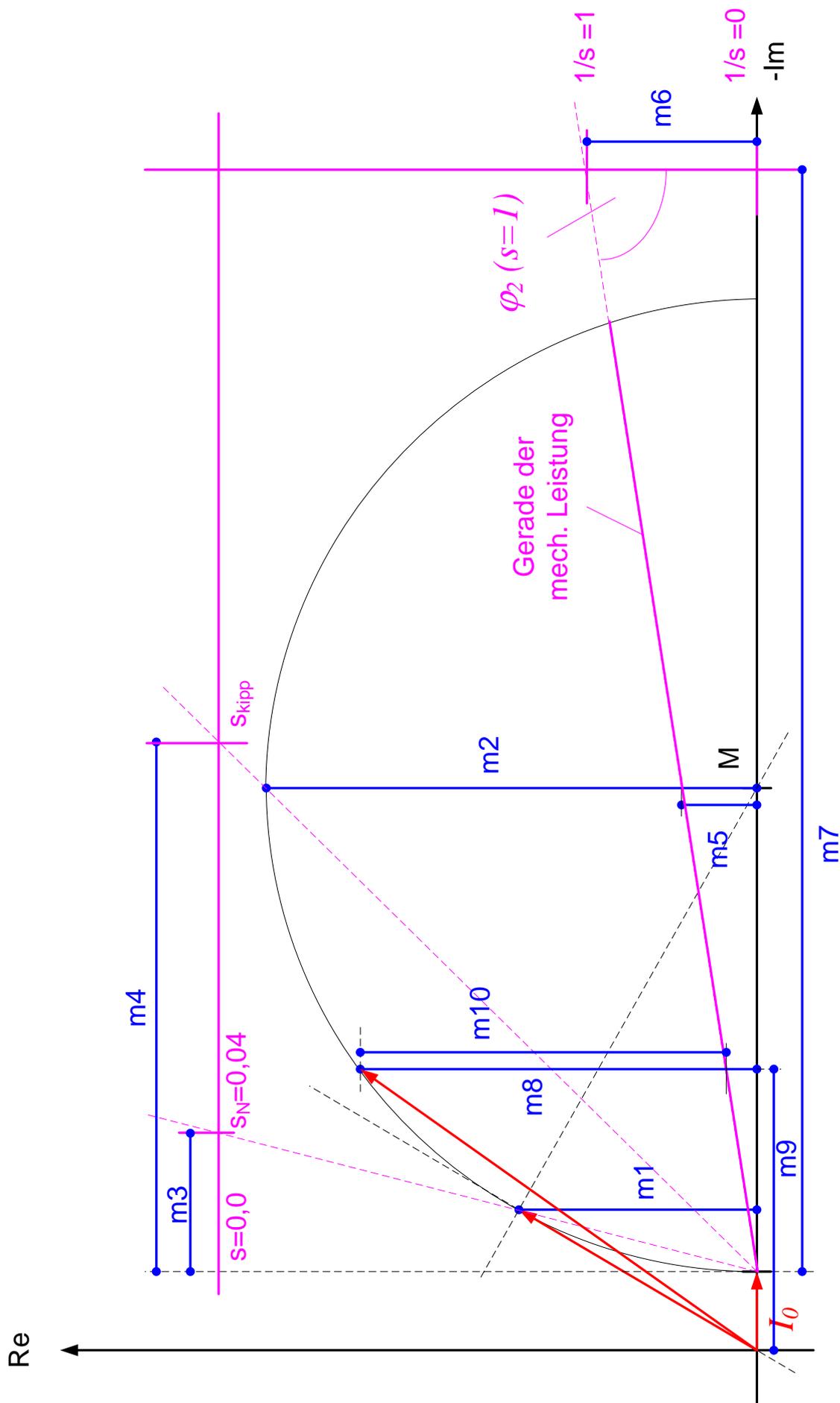
abgelesen:

$$m3 = 2,46\text{ cm} \quad s_{kip} = \frac{m4}{m3} \cdot s_N = \frac{9,42\text{cm}}{2,46\text{cm}} \cdot 0,04 = 0,153 \quad \Leftrightarrow \quad 15,3\%$$

$$m4 = 9,42\text{ cm}$$

Konstruktion der „Gerade der mechanischen Leistung“ über Verhältnisrechnung im Kipp-Punkt bei Kipp-Schlupf

$$\text{es gilt: } m5 = m2 \cdot s_{kip} = 8,66\text{cm} \cdot 0,153 = 1,33\text{cm} \quad \Leftrightarrow \quad 5,3\text{ A}$$



4-polige Maschine wegen $n_D = 1500 \text{ U/min}$

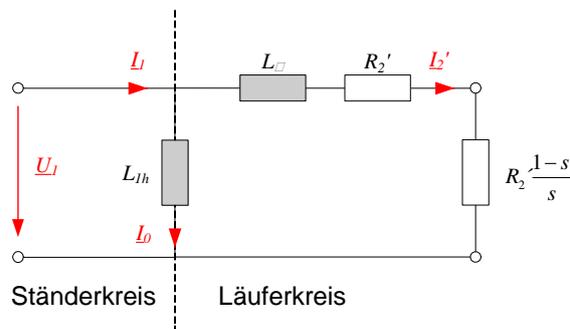
- b) Zeichnen Sie (mit Zirkel und Lineal) die Stromortskurve der Asynchronmaschine in der positive reellen Halbebene mit einem Zeichenmaßstab von 4 A/cm in das vorbereitete Diagramm (nächste Seite) (6 Punkte)

$$\Rightarrow \text{Radius des Heylandkreises } r_{\text{Strecke}} = 5 \text{ cm} \cdot \tan(60^\circ) = 8,66 \text{ cm} \quad \Leftrightarrow \quad 34,64 \text{ A}$$

$$\Rightarrow \text{Mittelpunkt des Heylandkreises } M_{\text{Strecke}} = \frac{5 \text{ cm}}{\cos(60^\circ)} = 10 \text{ cm}$$

$$\text{Leerlaufstrom: } I_{0,\text{Strecke}} = (M - r) = 10 \text{ cm} - 8,66 \text{ cm} = 1,34 \text{ cm} \quad \Leftrightarrow \quad I_0 = 5,36 \text{ A}$$

- c) Zeichnen Sie das einphasige Ersatzschaltbild der Asynchronmaschine und bestimmen sie die Zahlenwerte der einzelnen Komponenten des Ersatzschaltbildes (6 Punkte)



Die Hauptinduktivität X_{1h} erhält man über den Versatz des Heyland-Kreises gegenüber der reellen Achse. Die Streuinduktivität X_σ erhält man aus dem Durchmesser des Heyland-Kreises. Den Widerstand R_2' erhält man aus dem Phasenwinkel des Stromes $I_2'(s=1)$

$$L_{1h} = \frac{|U_1|}{\omega |I_0|} = \frac{400 \text{ V}}{\sqrt{3} \cdot 2\pi \cdot 50 \text{ Hz} \cdot 5,36 \text{ A}} = 137 \text{ mH}$$

$$L_\sigma = \frac{|U_1|}{\omega |I_2'(s=1)|} = \frac{400}{\sqrt{3} \cdot 2\pi \cdot 50 \text{ Hz} \cdot 34,64 \text{ A} \cdot 2} = 1,06 \text{ mH}$$

$$R_2' = \frac{\omega L_\sigma}{\tan(\varphi_2(s=1))}$$

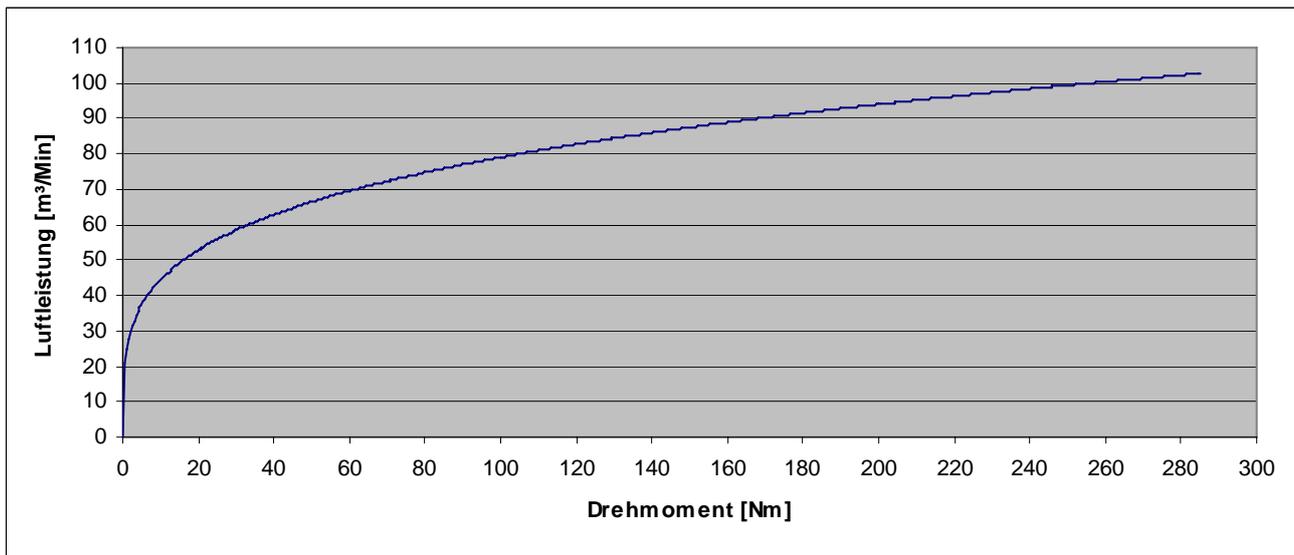
$$\text{aus Heylandkreis abgelesen: } \tan(\varphi_2(s=1)) = \frac{m7}{m6} = \frac{19,6 \text{ cm}}{3 \text{ cm}} = 6,5333$$

$$R_2' = \frac{\omega L_\sigma}{6,5333} = \frac{3,333 \text{ } \Omega}{6,5333} = 0,51 \text{ } \Omega$$

d)

Aufgabe 3: Rauchgasabsaugung mit Asynchronmaschine (30 Punkte)

Gegeben sei eine Asynchronmaschine, die als Antrieb in einem Schwenkflügelventilator zum zur Rauchgasabsaugung in einem größeren Industriehallenbezirk zum Einsatz kommt. Je nach Flügelstellung hat das Ventilationssystem eine andere Volumenleistung an durchgesetztem Gasvolumen und wird der Asynchronmaschine ein anderes Drehmoment abverlangt, wie aus folgendem Diagramm hervorgeht:



Von der Asynchronmaschine sind folgende Motordaten im Nennarbeitspunkt (Optimalpunkt) bekannt:

$$U_N = 400 \text{ V}; f_l = 50 \text{ Hz}; \cos(\varphi_N) = 0,866; n_N = 1440 \text{ U/min}; P_{\text{mech},N} = 11,52 \text{ kW};$$

Mechanische Reibungsverluste der Maschine können vernachlässigt werden.

Hinweis: Aufgabenlösungen, die Sie durch Verwendung der Stromortskurve ermittelt haben, müssen graphisch in die Ortskurve eingezeichnet werden.

- a) Welche Drehzahl des Drehfeldes hat der Asynchronmaschine? Bestimmen Sie den Nennschlupf s_N sowie den Nennstrom I_N des Asynchronmotors (Hinweis: Stellen Sie das gültige Sankey-Diagramm dieser Maschine auf!). (3 Punkte) Wie viele Pole besitzt die Asynchronmaschine? (1 Punkt)

$$\text{Nenn Drehzahl: } n_N = 1440 \text{ U/min} \Rightarrow \text{synchrone Drehzahl } n_D = 1500 \text{ U/min}$$

$$s_N = \frac{n_D - n_N}{n_D} = 1 - \frac{n_N}{n_D} = 1 - \frac{1440}{1500} = 0,04 \Leftrightarrow 4\%$$

$$P_{\text{mech},N} = P_D(1-s) = \sqrt{3} \cdot U_N \cdot I_N \cdot \cos(\varphi_N) \cdot (1-s)$$

$$I_N = \frac{P_{\text{mech},N}}{\sqrt{3} \cdot U_N \cdot \cos(\varphi_N) \cdot (1-s)} = \frac{11520 \text{ W}}{\sqrt{3} \cdot 400 \text{ V} \cdot 0,866 \cdot (1-0,04)} = 20,0 \text{ A} \Leftrightarrow I_{N,\text{Strecke}} = 5 \text{ cm}$$

$$M_{reib,3} = p_{reib} \cdot n_3 = 0,5547 \cdot \text{Nm} \cdot \text{s} \cdot (-21,22) \frac{1}{\text{s}} = -11,77 \text{ Nm}$$

Inneres Moment

$$M_i = M_{Welle} + M_{reib} = 11,77 \text{ Nm} - 11,77 \text{ Nm} = 0$$

Ankerstrom

$$I_{A,3} = 0$$

Ankerspannung

$$U_{A,3} = U_{i,3} = c_1 \Phi_E \cdot n_{Welle,3} = 15,08 \text{ Vs} \cdot (-21,22) \frac{1}{\text{s}} = -320 \text{ V}$$

Beide arbeiten genau an der Grenze zw. 1. und 2. Quadranten

Innere Spannung:

$$U_{i,2} = c_1 \Phi_E \cdot n_{Welle,2} = 15,08 \text{ Vs} \cdot 13,263 \frac{1}{s} = 200 \text{ V}$$

Ankerspannung:

$$U_{A,2} = R_A \cdot I_A + U_{i,2} = 1,6 \Omega \cdot 28,06 \text{ A} + 200 \text{ V} = 244,89 \text{ V}$$

Mechanische Abgabeleistung

$$P_{mech,2} = F_{Last,1} \cdot v_2 = 10.000 \text{ N} \cdot 0,5 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 5 \text{ kW}$$

Elektrische Aufnahmeleistung

$$P_{elek,2} = U_{A,2} \cdot I_{A,2} = 244,89 \text{ V} \cdot 28,06 \text{ A} = 6,873 \text{ kW}$$

Wirkungsgrad

$$\eta = \frac{P_{mech,2}}{P_{elek,2}} = \frac{5 \text{ kW}}{6,873 \text{ kW}} = 0,727$$

Betriebsfall 3:

Ein leerer Fahrkorb darf mit 0,8 m/s in das Bergwerk einfahren. Das Nettogewicht des Fahrkorbes beträgt 200 kg. Beachten Sie ebenfalls die Reibung

- c) Wie groß ist in diesem Betriebsfall die Drehzahl $n_{Welle,3}$ der Motorwelle ? (2 Punkte) Wie groß ist das aufzubringende innere Moment $M_{i,3}$? (4 Punkte) Welcher Ankerstrom $I_{A,3}$ stellt sich ein? (1 Punkt) Welche Ankerspannung $U_{A,3}$ muss der Stromrichter erzeugen? (1 Punkt) In welchem Betriebsquadranten arbeitet die Gleichstrommaschine? (1 Punkt)

$$n_{Welle,3} = \ddot{u} \cdot n_{Last,3} = \ddot{u} \frac{v_3}{2\pi \cdot r} = 100 \frac{-0,8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{2\pi \cdot 0,6 \text{ m}} = -21,22 \frac{1}{s}$$

Gewichtskraft des Fahrkorbes:

$$F_{Last,3} = 200 \text{ kg} \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 = 1962 \text{ N}$$

Drehmoment an Wickelrolle

$$M_{Last,3} = 1962 \text{ N} \cdot 0,6 \text{ m} = 1177 \text{ Nm}$$

Drehmoment an Motorwelle

$$M_{Welle,3} = \frac{1}{100} M_{Last,3} = 11,77 \text{ Nm}$$

auf Motorwelle bezogenes Reibmoment

$$n_{Welle,1} = 0 \quad U_{i,1} = 0 \quad P_{A,1} = U_{A,1} \cdot I_{A,1} \quad I_{A,1} = \frac{P_{A,1}}{U_{A,1}} = \frac{1000 \text{ W}}{40 \text{ V}} = 25 \text{ A}$$

$$n_{Welle,1} = 0 \quad U_{i,1} = 0 \quad U_{A,1} = R_A \cdot I_{A,1} \quad R_A = \frac{U_{A,1}}{I_{A,1}} = \frac{40 \text{ V}}{25 \text{ A}} = 1,6 \Omega$$

$$M_{i,1} = \frac{c_1 \Phi_E}{2\pi} I_{A,1} \quad c_1 \Phi_E = \frac{2\pi \cdot M_{i,1}}{I_{A,1}} = \frac{2\pi \cdot 60 \text{ Nm}}{25 \text{ A}} = 15,08 \text{ Vs}$$

Betriebsfall 2:

Der Gleichstrommotor soll die vorhandene Last von 1019,37 kg mit einer Geschwindigkeit von $v_2 = 0,5 \text{ m/s}$ aus dem Förderschacht emporziehen (Ausfahrt). Beachten Sie auch die Reibung.

- b) In welchem Betriebsquadranten arbeitet die Gleichstrommaschine ? (1 Punkt) Wie groß ist das aufzubringende innere Moment $M_{i,2}$? (3 Punkte) Welcher Ankerstrom $I_{A,2}$ stellt sich ein? (1 Punkt) Welche Ankerspannung $U_{A,2}$ muss der Stromrichter am Ankerkreis anlegen? (2 Punkte) Wie groß ist die an den Fahrkorb abgegebene mechanische Nutzleistung ? (1 Punkte) Wie groß ist die elektrische vom Stromrichter *abgegebene* Leistung und der Wirkungsgrad der Anlage in diesem Betriebsfall ? (2 Punkte)

1. Betriebsquadrant, Motorbetrieb

Drehzahl der Motorwelle:

$$n_{Welle,2} = \ddot{u} \cdot n_{Last,2} = \ddot{u} \frac{v_2}{2\pi \cdot r} = 100 \frac{0,5 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{2\pi \cdot 0,6 \text{ m}} = 13,263 \frac{1}{\text{s}}$$

Drehmoment an Motorwelle

$$M_{Welle,2} = \frac{1}{100} M_{Last,1} = 60 \text{ Nm}$$

auf Motorwelle bezogenes Reibmoment

$$M_{reib,3} = p_{reib} \cdot n_3 = 0,5547 \cdot \text{Nm} \cdot \text{s} \cdot 13,263 \frac{1}{\text{s}} = 7,357 \text{ Nm}$$

Innere Moment

$$M_{i,2} = M_{Welle,i} + M_{reib,i} = 67,357 \text{ Nm}$$

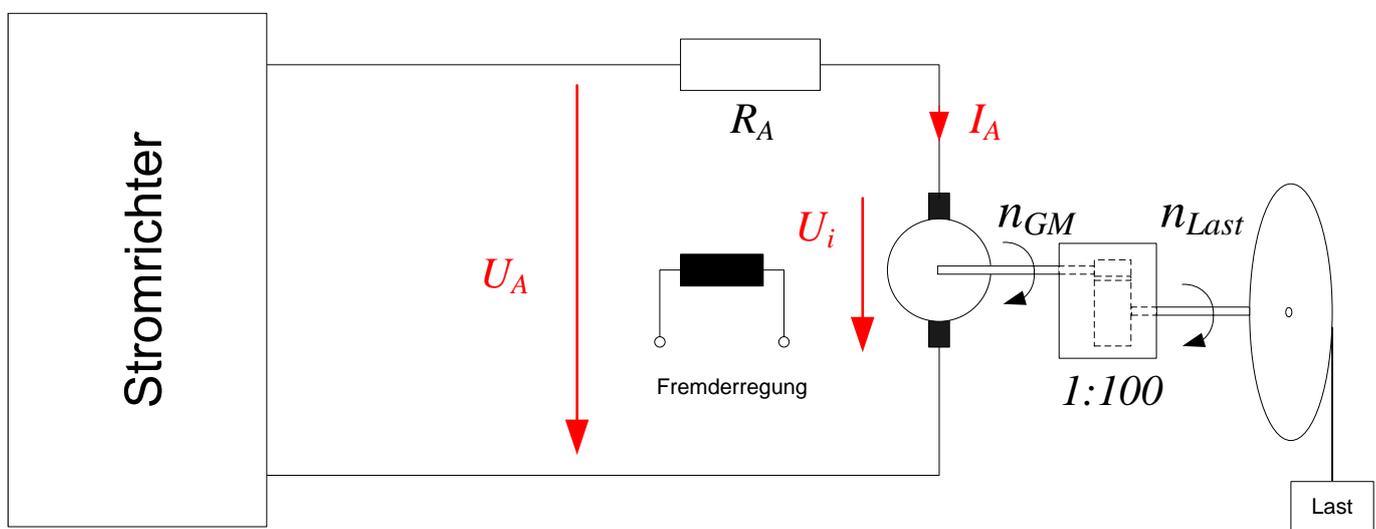
Ankerstrom:

$$I_{A,2} = \frac{2\pi}{c_1 \Phi_E} M_{i,2} = \frac{2\pi}{15,08 \text{ Vs}} 67,357 \text{ Nm} = 28,06 \text{ A}$$

Aufgabe 2: Bergwerksförderanlage mit Gleichstrommaschine (25 Punkte)

Gegeben sei folgender Einsatzfall einer fremderregten Gleichstrommaschine in einem Lastenaufzug eines Bergwerkförderschachtes. Die Aufzugsseilrolle hat einen Radius von 0,6 m. Zwischen Aufzugsseilrolle und Gleichstrommaschine befindet sich ein Getriebe mit einer Untersetzung (ins Langsame) von 1:100. Die Reibung aller mechanischen Komponenten kann durch ein in der Gleichstrommaschine angreifendes von der Gleichstrommaschinendrehzahl n_{Welle} abhängiges Reibmoment M_{reib} beschrieben werden.

$$M_{reib} = p_{reib} \cdot n_{Welle} \quad \text{mit} \quad p_{reib} = 0,5547 \text{ Nm} \cdot \text{s}$$



Betriebsfall 1:

Die Aufzugslast beträgt 1019,37 kg und der Aufzug befindet sich in Ruhe. Er wird nur durch die Gleichstrommaschine gehalten. In diesem Betriebszustand muss der Stromrichter zur Versorgung des Ankerkreises eine Spannung von $U_{A,1} = 40 \text{ V}$ aufbringen und liefert dabei eine Wirkleistung von $P_{A,1} = 1000 \text{ W}$

- a) Wie groß ist das an der Motorwelle $M_{Welle,1}$ durch die Aufzugslast wirkende Drehmoment $M_{Welle,1}$? (2 Punkte) Wie groß ist der Ankerstrom $I_{A,1}$ der Gleichstrommaschine? (1 Punkte) Wie groß ist der Ankerwiderstand R_A ? (1 Punkte) Wie groß ist die Maschinenerregung $c_1 \Phi_E$? (2 Punkte)

$$F_{Last,1} = 1019,37 \text{ kg} \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 = 10.000 \text{ N}$$

$$M_{Last,1} = 10.000 \text{ N} \cdot 0,6 \text{ m} = 6000 \text{ Nm}$$

$$M_{Welle,1} = \frac{1}{100} M_{Last,1} = 60 \text{ Nm}$$

- d) An besagtem Trafo wird bei Nennspannung (auf der Primärseite) eine unbekannte Last an der Sekundärseite betrieben. Für den Zeitpunkt, in dem die Leiterspannung zwischen 1U und 1V genau einen Phasenwinkel von $+30^\circ$ aufweist, konnte eine sekundärseitige Leiterspannung zwischen 2U und 2V von:

$$\underline{U}_{2,Leiter} = 194,457 \text{ V} \cdot e^{-j120^\circ}$$

gemessen werden. Wie groß ist der Laststrom durch den Verbraucher ? (3 Punkte)
Welcher Form der Belastung (ohmsch, kapazitiv, induktiv oder gemischt) ist der Trafo ausgesetzt (1 Punkt). Mit welchen Ersatzkomponenten kann die unbekannte Last beschrieben werden. Wie groß sind die Zahlenwerte dieser Ersatzkomponenten? (2 Punkte)

$$\underline{U}_{1,Stern} = \frac{\underline{U}_{1,Leiter}}{\sqrt{3}} e^{-j30^\circ} = \frac{20 \text{ kV} \cdot e^{+j30^\circ}}{\sqrt{3}} e^{-j30^\circ} = 11,547 \text{ kV}$$

$$\underline{U}_{2,Stern}' = \ddot{u} \cdot \left(\frac{\underline{U}_{1,Leiter}}{\sqrt{3}} e^{-j30^\circ} \right) e^{+j150^\circ} = \underline{U}_{2,Leiter} \frac{100}{\sqrt{3}} e^{+j120^\circ} = 11,227 \text{ kV}$$

$$\underline{I}_2' = \underline{I}_1 = \frac{\underline{U}_1 - \underline{U}_2}{Z_k} = \frac{11547 \text{ V} - 11227 \text{ V}}{160 \Omega \cdot e^{+j64^\circ}} = 2 \text{ A} \cdot e^{-j64^\circ}$$

$$\underline{I}_2 = \ddot{u} \cdot \underline{I}_2' \cdot e^{-j150^\circ} = 100 \cdot 2 \text{ A} \cdot e^{-j64^\circ} \cdot e^{-j150^\circ} = 200 \text{ A} \cdot e^{-j214^\circ}$$

Da der Strom $\underline{I}_2' = \underline{I}_1$ der Spannung \underline{U}_2' um genau 64° nacheilt, ist der Verbraucher eine ohm-induktive Belastung des Trafos

$$\underline{Z}_V' = \frac{\underline{U}_2'}{\underline{I}_2'} = \frac{11227 \text{ V}}{2 \text{ A} \cdot e^{-j64^\circ}} = 5613,5 \Omega \cdot e^{+j64^\circ}$$

$$\underline{R}_V' = |\underline{Z}_V'| \cdot \cos(64^\circ) = 5613,5 \Omega \cdot \cos(64^\circ) = 2460,8 \Omega$$

$$\underline{R}_V = \frac{1}{\ddot{u}^2} \underline{R}_V' = \frac{1}{10000} \cdot 2460,8 \Omega = 246,08 \text{ m}\Omega$$

$$\underline{X}_V' = |\underline{Z}_V'| \cdot \sin(64^\circ) = 5613,5 \Omega \cdot \sin(64^\circ) = 5045,4 \Omega$$

$$\underline{X}_V = \frac{1}{\ddot{u}^2} \underline{X}_V' = \frac{1}{10000} 5045,4 \Omega = 504,54 \text{ m}\Omega$$

$$u_k := \frac{U_{1k}}{U_{1N}} \cdot 100\% = \frac{800V}{20kV} \cdot 100\% = 4\%$$

- c) Bestimmen Sie die Komponenten (nicht gestrichenen Größen) des Kurzschlussersatzschaltbildes aus a) unter der Voraussetzung $R_2' = R_1$; $L_{2\sigma}' = L_{1\sigma}$ (6 Punkte)

$$\cos(\varphi_k) = \frac{P_{1k}}{S_{1k}} = \frac{1,75 \text{ kW}}{4 \text{ kVA}} = 0,4375 \Rightarrow \varphi_k = 64^\circ$$

$$Z_k = \frac{U_{1k, \text{Leiter}}}{\sqrt{3} I_{1k}} = 159,82 \Omega$$

$$R_{Cu} = \frac{U_{Cu}}{I_{1N}} = \frac{U_{1k} \cos(\varphi_k)}{I_{1N}} = \frac{800 \text{ V} \cdot 0,4375}{\sqrt{3} \cdot 2,89 \text{ A}} = 69,92 \Omega \Rightarrow R_2' = R_1 = \frac{R_{Cu}}{2} = 34,96 \Omega$$

$$R_2 = \frac{1}{\ddot{u}^2} R_2' = 3,496 \text{ m}\Omega$$

$$L_\sigma = \frac{U_\sigma}{\omega I_{1N}} = \frac{U_{1k} \sin(\varphi_k)}{\omega I_{1N}} = \frac{800 \text{ V} \cdot \sin(64^\circ)}{\sqrt{3} \cdot 2\pi \cdot 50 \text{ Hz} \cdot 2,89 \text{ A}} = 457,24 \text{ mH}$$

$$L_{2\sigma}' = L_{1\sigma} = \frac{L_\sigma}{2} = 228,62 \text{ mH} \quad L_{2\sigma} = \frac{1}{\ddot{u}^2} L_{2\sigma}' = 22,862 \mu\text{H}$$

$$X_\sigma = \omega L_\sigma = 2\pi \cdot 50 \text{ Hz} \cdot 457,24 \text{ mH} = 143,65 \Omega$$

$$|Z_k| = \sqrt{R_{Cu}^2 + X_\sigma^2} = \sqrt{69,92^2 + 143,65^2} \Omega = 160 \Omega$$

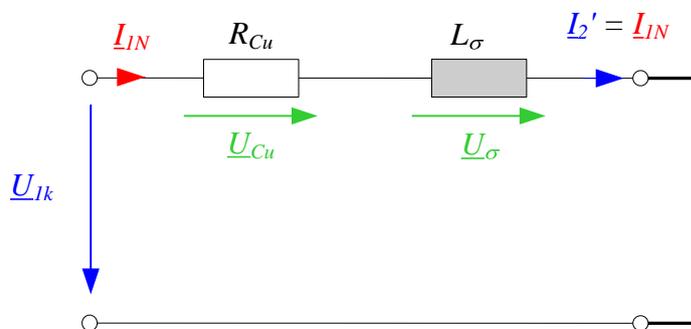
$$\varphi_k = \arctan\left(\frac{X_\sigma}{R_{Cu}}\right) = \arctan\left(\frac{143,65}{69,92}\right) = 64^\circ$$

Aufgabe 1: Transformator (20 Punkte)

Gegeben sei ein Drehstromtransformator Yz5 mit $U_N = 20 \text{ kV}$, von dessen Kurzschlussversuch folgende Daten bekannt sind:

$$\begin{aligned} I_{1K} &= 2,89 \text{ A} \\ I_{2K} &= 290 \text{ A} \\ P_{1K} &= 1,75 \text{ kW} \\ S_{1k} &= 4,0 \text{ kVA} \end{aligned}$$

- a) Zeichnen Sie allgemein das für den Kurzschlussbetrieb gültige einphasige Ersatzschaltbild und tragen sie alle bekannten Größen ein. (3 Punkte)



- b) Wie groß ist der primärer Nennstrom I_{1N} ? (1 Punkt) Wie groß ist das Windungsverhältnis w_1/w_2 ? (1 Punkt) Wie groß ist die relative Kurzschlussspannung u_k ? (1 Punkt)

$$I_{1N} = I_{1k} = 2,89 \text{ A}$$

$$I_{2k}' = \frac{1}{\dot{i}} I_{2k} = I_{1N} \Rightarrow \dot{i} = \frac{I_{2k}}{I_{1N}} = 100$$

$$\text{wegen Yz-Schaltgruppe: } \dot{i} = \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{w_1}{w_2} \Rightarrow \frac{w_1}{w_2} = \frac{\sqrt{3}}{2} \dot{i} = 86,6 \approx 87$$

$$U_{1k} = \frac{S_{1k}}{\sqrt{3} \cdot I_{1N}} = \frac{4 \text{ kVA}}{\sqrt{3} \cdot 2,89 \text{ A}} = 800 \text{ V}$$