

LÖSUNGEN: KLAUSUR 2 ZU “GRUNDLAGEN DER MATERIALWISSENSCHAFT III”

AUFGABE 1: SCHMIDFAKTOR

Für Gleitebene $(\bar{1}11)$ und Zugrichtung $[311]$ gilt: $\cos \phi = \frac{(-1,1,1)}{\sqrt{3}} \cdot \frac{(3,1,1)}{\sqrt{11}} = \frac{-1}{\sqrt{33}}$

Für Gleitrichtung (101) und Zugrichtung $[311]$ gilt: $\cos \lambda = \frac{(1,0,1)}{\sqrt{2}} \cdot \frac{(3,1,1)}{\sqrt{11}} = \frac{4}{\sqrt{22}}$

Also folgt: $\tau = \sigma \cos \phi \cos \lambda = \frac{-4\sigma}{11\sqrt{6}} \approx -0.148 \sigma$.

AUFGABE 2: VERSETZUNGSNETZWERKE

Die Franksche Regel besagt, dass in einem Netzwerk von Versetzungen die Summe der Burgersvektoren an jedem Knotenpunkt, also an jedem Punkt, an dem drei oder mehr Versetzungen zusammentreffen, immer Null ist: $\sum_k \vec{b}_k = 0$.

AUFGABE 3: FRANK-READ-QUELLE

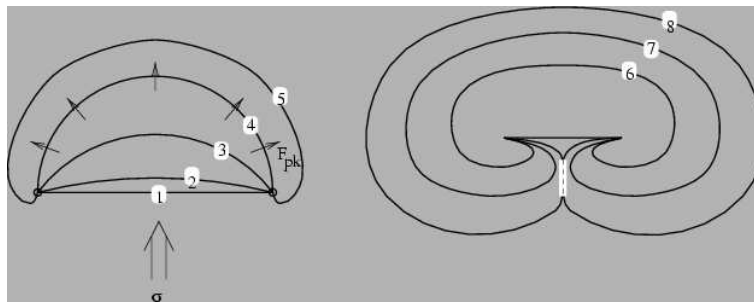


Abbildung: Versetzungsmultiplikation in einer Frank-Read-Quelle: ein gepinntes

Versetzungssegment (1) dehnt sich unter einer Spannung aus (2,3), bis es in einer Halbkreisform instabil wird (4). Danach wandern Teile hinter den Verankerungspunkten herum (5-7), bis sie sich wieder treffen. Dort annihilieren sich die Teile mit entgegengesetzten Linienrichtungen und es bleibt ein geschlossener Ring und das ursprüngliche Segment übrig (8).

Wie oben gezeigt, wächst die Linienspannung einer Versetzung mit ihrer Krümmung. Daraus ergibt sich ein wichtiger Mechanismus der Versetzungsmultiplikation im Kristall: Eine Versetzung werde an zwei Hindernissen (etwa jogs auf einer Schraube) festgehalten. Greift nun eine äußere Spannung an, beult sich die Versetzung zwischen den Haltepunkten kreisbogenförmig aus. Der Widerstand, den die Versetzung der Spannung entgegensetzt, steigt zunächst stetig an, da die Krümmung des Bogens zunimmt. Hat sie Halbkreisgestalt (falls man die Richtungsabhängigkeit vernachlässigt wird), wird sie instabil, da nun die Krümmung wieder abnimmt – sie dehnt sich ohne weiter zunehmende Spannung weiter aus. Hierbei wickelt sie sich, da die Peach-Köhler-Kraft immer in Normalenrichtung wirkt, um die Verankerungspunkte herum, die hintenliegenden Segmente laufen aufeinander zu, bis sie sich treffen und hierbei teilweise annihilieren. Übrig wird das ursprüngliche Segment wiederhergestellt und es bleibt ein Versetzungsring um das Segment herum, der sich weiter ausdehnt. Anschließend kann der Prozess von neuem beginnen. Dieser Mechanismus wird als Frank-Read-Quelle bezeichnet.

AUFGABE 4: KLETTERN VON VERSETZUNGEN

1. Elastische Spannungen bewirken Kräfte auf Versetzungen, die zum Klettern führen können.
2. Ein Über- oder Unterschuss an Leerstellen kann ebenfalls zum Klettern führen (insofern spielt auch die Temperatur eine Rolle, da sich bei höherer Temperatur die Beweglichkeit solcher Leerstellen erhöht und sich schneller eine thermodynamische Gleichgewichtsverteilung der Leerstellen einstellt).

Beide Mechanismen können sich gegenseitig verstärken oder abschwächen.

AUFGABE 5: SHOCKLEYSCHER PARTIALVERSETZUNG

Die Energie einer Versetzung ist proportional zum Quadrat der Länge ihres Burgersvektors. Daher kann es energetisch günstiger sein, wenn sich eine vollständige Versetzung in zwei Partialversetzungen aufteilt (Dissoziation). Dadurch entsteht allerdings ein Stapelfehler, der Energie kostet. Die Weite wird bestimmt durch ein Gleichgewicht aus der Abstoßung, die durch die oben genannte Energieerniedrigung bewirkt wird, und der Anziehung, die durch die Energie des Stapelfehlers entsteht.

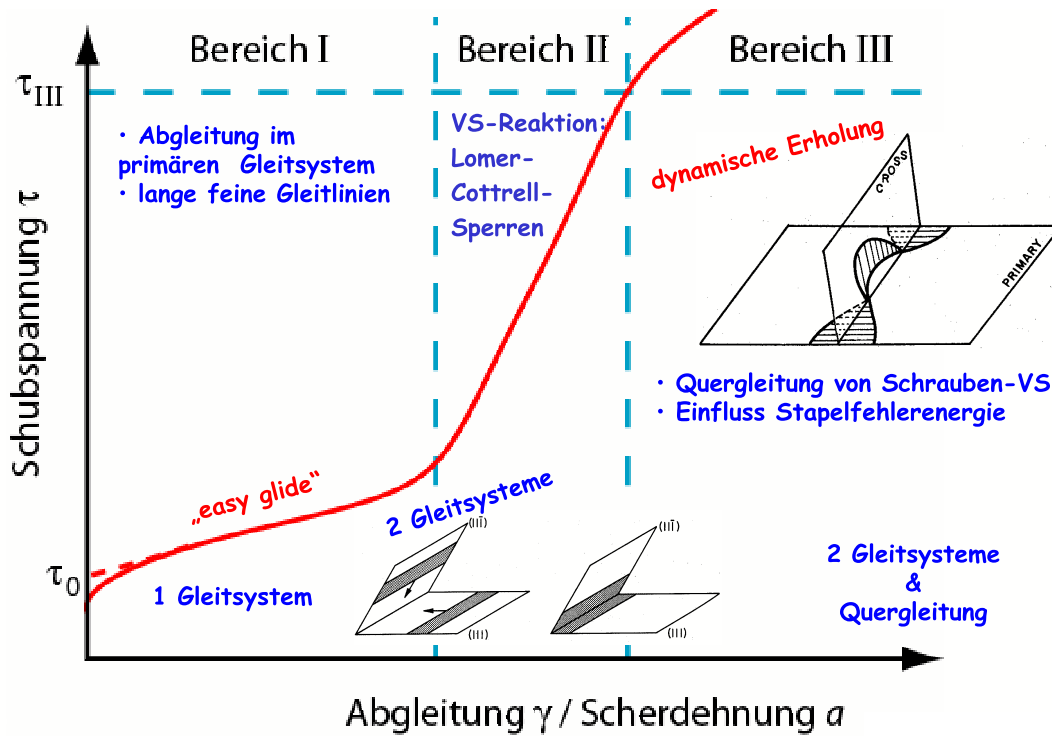
AUFGABE 6: FRANCKSCHE PARTIALVERSETZUNG

- a) Stufenversetzung.
- b) Der Burgersvektor ist ein Drittel der Diagonalen durch die Einheitszelle des fcc-Gitters, also $\vec{b} = \frac{a}{3}(1, 1, 1)$ oder äquivalent.
- c) Die Versetzung kann nicht gleiten, da in einem fcc-Kristall das Gleiten nur entlang der (111)-Ebenen stattfindet, aber keine Richtung vom Typ [111] in einer Ebene vom Typ (111) liegt. Also stehen nur das Klettern durch Leerstellenüber- oder unterschuss sowie das Klettern durch elastische Kräfte als Bewegungsmechanismen zur Verfügung.

AUFGABE 7: COTTRELL-WOLKE

- a) Eine Cottrell-Wolke bezeichnet die Anreicherung von Fremdatomen in der Nähe einer Versetzungslinie.
- b) Cottrell-Wolken treten bevorzugt nahe Stufenversetzungen auf, da nur dort eine hydrostatische Wechselwirkung auftritt, also ein Druckunterschied zum Rest des Kristalls, der Fremdatome je nach deren Größe und Orientierung zur Versetzung anzieht bzw. abstößt.

AUFGABE 8: DREIBEREICHSKURVE FÜR FCC-KRISTALLE



AUFGABE 9: OBERFLÄCHEN

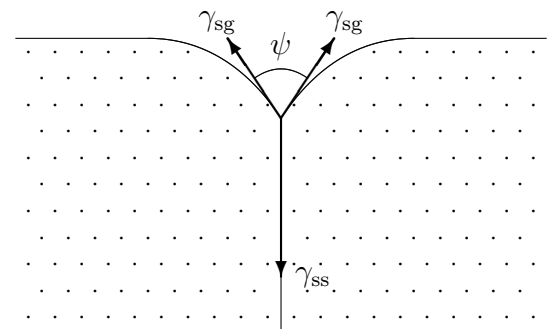
Die offene Fläche aus jeder der sechs Kristallrichtungen $[100]$, $[010]$, $[001]$, $[\bar{1}00]$, $[0\bar{1}0]$, $[00\bar{1}]$ ist πr^2 und damit die Zahl der offenen Bindungen in jeder dieser Richtungen $\frac{\pi r^2}{a^2}$. Also ist die Oberflächenenergie

$$E = 6 \frac{\pi r^2}{a^2} \frac{\epsilon}{2} = \frac{3\pi r^2}{a^2} \epsilon.$$

AUFGABE 10: HERRINGSCHES FORMEL

a) Die Kräfte durch die Spannungen müssen sich am Treffpunkt der drei Grenzen aufheben. Aus Symmetriegründen ist das in horizontaler Richtung der Fall, aber in vertikaler Richtung müssen sich die vertikalen Komponenten $\gamma_{sg} \cos(\psi/2)$ der Spannungen zwischen Festkörper und Umgebung mit der Spannung der Korngrenze zu Null addieren. Also gilt:

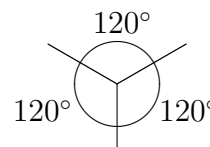
$$\gamma_{ss} = 2\gamma_{sg} \cos \frac{\psi}{2}.$$



b) Für diesen Fall muss γ_{sg} durch γ_{ss} ersetzt werden und es ergibt sich nach Division durch γ_{ss}

$$\cos \frac{\psi}{2} = \frac{1}{2} \Rightarrow \psi = 120^\circ.$$

Dies ist auch aus Symmetriegründen sofort ersichtlich:



AUFGABE 11: CSL UND DSC-GITTER

a) Große Punkte in der Abbildung.

b) $\tan \frac{\theta}{2} = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta = 2 \arctan \frac{1}{2} = 0.9273 = 53.13^\circ$

Wegen der 90° -Rotationssymmetrie der beiden Kristalle ist dieser Winkel äquivalent zu dem normalerweise angegebenen Winkel von $90^\circ - 53.13^\circ = 36.87^\circ$.

c) $\Sigma = \frac{[(1a)^2 + (2a)^2] a}{a^3} = 5$

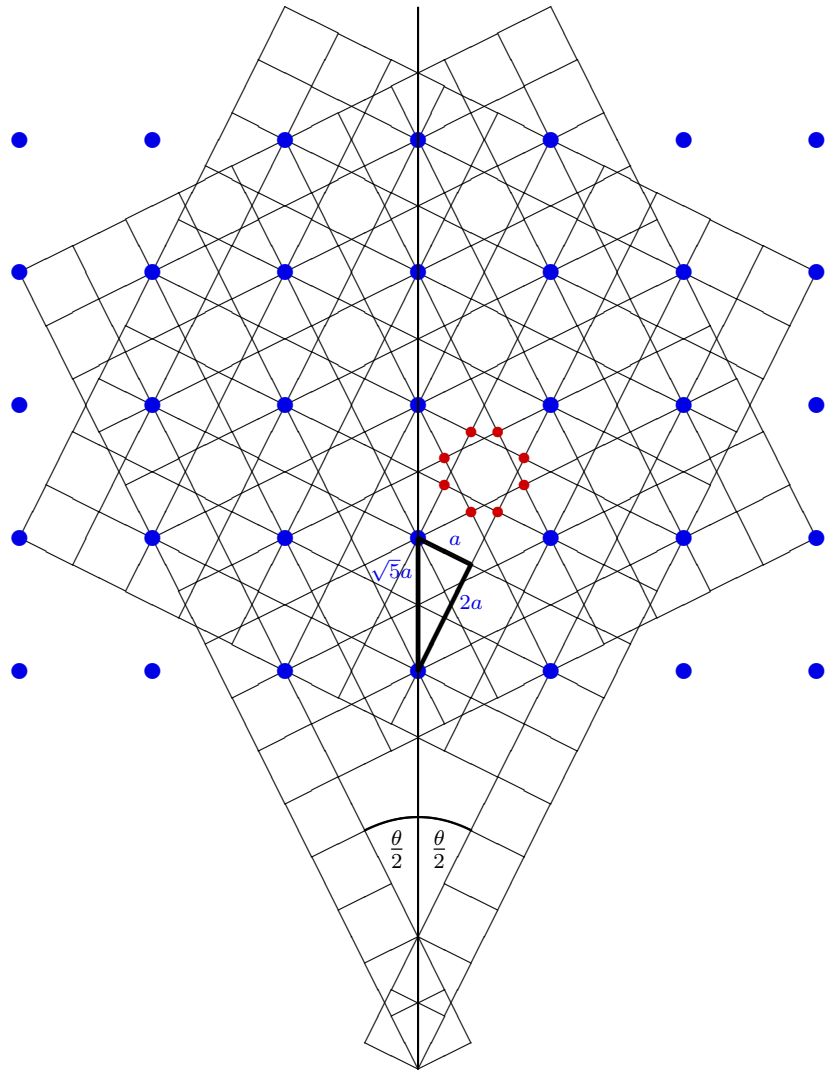
d) Die Gitterkonstante des CSL-Gitters ist $a_{\text{CSL}} = \sqrt{1^2 + 2^2} a = \sqrt{5} a$.

e) Physikalisch relevant sind in erster Linie die Gitterpunkte an der Korngrenze, da sich in einer physikalischen Situation das linke Gitter nicht nach rechts und das rechte nicht nach links fortsetzt, sondern nur von Interesse ist, welche Plätze an der Korngrenze so geartet sind, dass sie zu beiden Gittern passen und somit energetisch günstig sind.

f) Das DSC-Gitter ist das größte Gitter, das sämtliche Gitterpunkte der Gitter beider Seiten der Korngrenze enthält.

g) Kleine Punkte in der Abbildung.

h) Die Gitterkonstante des DSC-Gitters ist $a_{\text{DSC}} = \frac{a_{\text{CSL}}}{5} = \frac{a}{\sqrt{5}}$.



AUFGABE 12: HALL-PETCH-BEZIEHUNG

a) Die Hall-Petch-Beziehung lautet für die beiden Fälle

$$\sigma_{x,1} = \sigma_0 + \frac{\alpha}{\sqrt{d_1}},$$
$$\sigma_{x,2} = \sigma_0 + \frac{\alpha}{\sqrt{d_2}},$$

mit Konstanten σ_0 und α . Auflösen nach σ_0 und α ergibt

$$\sigma_0 = \frac{\sqrt{d_1} \sigma_{x,1} - \sqrt{d_2} \sigma_{x,2}}{\sqrt{d_1} - \sqrt{d_2}} = \frac{\sqrt{100 \text{ nm}} 1 \text{ GPa} - \sqrt{2500 \text{ nm}} 0.2 \text{ GPa}}{\sqrt{100 \text{ nm}} - \sqrt{2500 \text{ nm}}} = \frac{10 \text{ GPa} - 10 \text{ GPa}}{10 - 50} = 0,$$
$$\alpha = \frac{\frac{\sigma_{x,1}}{1} - \frac{\sigma_{x,2}}{1}}{\frac{1}{\sqrt{d_1}} - \frac{1}{\sqrt{d_2}}} = \frac{1 \text{ GPa} - 0.2 \text{ GPa}}{\frac{1}{\sqrt{100 \text{ nm}}} - \frac{1}{\sqrt{2500 \text{ nm}}}} = \frac{1 - 0.2}{0.1 - 0.02} \text{ GPa nm}^{1/2} = 10 \text{ GPa nm}^{1/2}.$$

b) Für $d_3 = 400 \text{ nm}$ gilt also:

$$\sigma_{x,3} = \sigma_0 + \frac{\alpha}{\sqrt{d_3}} = 0 \text{ GPa} + \frac{10 \text{ GPa nm}^{1/2}}{\sqrt{400 \text{ nm}}} = 0.5 \text{ GPa}.$$

AUFGABE 13: FORMGEDÄCHTNISLEGIERUNG

Formgedächtnis-Legierungen zeigen eine reversible strukturelle Umwandlung, die durch eine Temperaturveränderung gesteuert wird. In ihrer Tieftemperaturform (“martensitisch”) können Werkstücke aus solchen Legierungen bleibend, d.h. scheinbar plastisch, verformt werden. Bei Erwärmung über die Umwandlungstemperatur nehmen sie jedoch ihre ursprüngliche Form wieder an. Kühlt man sie erneut ab, behalten sie makroskopisch ihre Form, verändern ihre Mikrostruktur aber zum “Martensit”. In dieser Form können sie erneut scheinbar plastisch verformt werden, nehmen aber, sofern sie entsprechend erwärmt werden, wieder ihre makroskopische, ursprüngliche Hochtemperaturform wieder an. Grund hierfür ist die mit der Umwandlung verbundene Rückkehr zu ihrer mikrostrukturellen Hochtemperaturform.