Prof. Dr. H. Maier
Dipl.-Math. D. Haase
daniel.haase@uni-ulm.de

16.10.2007
WS 2007/2008

Lineare Algebra für Informatiker - Übungsblatt 1

Abgabe bis spätestens 25.10.2007 16:15 Uhr im Abgabekasten vor dem H3

Aufgabe 1 (Ihre Gruppe)

Melden Sie sich für eine Tutoriumsgruppe an. Den Link zur Anmeldung finden Sie auf der Vorlesungshomepage:

`www.mathematik.uni-ulm.de/matheIII/haase/LAI/index.html`

Sie benötigen auch einen SLC-Account an der Fakultät für Mathematik und Wirtschaftswissenschaften, weitere Informationen finden Sie auf der Homepage.

Aufgabe 2 (Elementare Geometrie in der Ebene) 3 Punkte

Gegeben seien die folgenden Geraden in der xy-Ebene (die wir mit dem $\mathbb{R}^2$ identifizieren):

$$g_1 : \ 3x = y - 1 \qquad g_2 : \ x = 0 \qquad g_3 : \ 6x - 4y = -1 \quad .$$

Bestimmen Sie wie in Beispiel 1.1.2 Punkt-Richtungs-Gleichungen dieser Geraden, und finden Sie alle auftretenden Schnittpunkte zwischen diesen Geraden. Skizzieren Sie die drei Geraden.

Aufgabe 3 (Elementare Geometrie im Raum) 2 Punkte

Bestimmen Sie jeweils eine Punkt-Richtungs-Gleichung sowie den Schnitt der Ebenen

$$E_1 : \ x + 2y - z = 1 \quad , \quad E_2 : \ x - 2y = 0 \, .$$

Aufgabe 4 (Abbildungseigenschaften) 6 Punkte

Prüfen Sie (mit Beweis oder Gegenbeispiel), welche dieser Abbildungen surjektiv, injektiv oder sogar bijektiv sind.

$$f : \begin{cases} \mathbb{R} & \to & \mathbb{R} \\ x & \mapsto & a \cdot x + b \end{cases} \ (\text{mit } a, b \in \mathbb{R}) \quad , \quad g : \begin{cases} \mathbb{R} & \to & \mathbb{R} \\ x & \mapsto & x^2 \end{cases} \quad , \quad d : \begin{cases} \mathbb{R} & \to & \mathbb{R}^n \\ x & \mapsto & (x, x, \ldots, x) \end{cases} \quad ,$$

$$h : \begin{cases} \mathbb{N} & \to & \mathbb{N} \\ n & \mapsto & a \cdot n \end{cases} \ (\text{mit } a \in \mathbb{N}) \quad , \quad q : \begin{cases} \mathbb{Z} \times \mathbb{N} & \to & \mathbb{Q} \\ (a, b) & \mapsto & \frac{a}{b} \end{cases} \quad , \quad r : \begin{cases} \{0, 1\} & \to & \{0, 1\} \\ b & \mapsto & 1 - b \end{cases} \quad .$$

Für jede Abbildung müssen Sie einen Beweis für Ihre Behauptung führen, oder ein Gegenbeispiel angeben.

Aufgabe 5 (Mengen und Abbildungen) 2 Punkte

Es seien A und B nichtleere Mengen. Die Menge der Abbildungen $f : \ A \to B$ bezeichnen wir mit $\mathrm{Abb}(A, B)$ oder auch kurz mit B^A. Mit $\mathfrak{P}(A)$ bezeichnen wir die Potenzmenge von A, das ist die Menge aller Teilmengen von A (inklusive $\emptyset$ und A selbst). Bestimmen Sie die Anzahl der Elemente in B^A und $\mathfrak{P}(A)$ falls A und B endliche Mengen sind, und begründen Sie kurz ihre Anzahl.

- Bitte wenden -

Aufgabe 6 (Eine Beweisaufgabe) **3 Punkte**

Es seien $f : A \to B$ und $g : B \to C$ beliebige Abbildungen, und $g \circ f : A \to C$ die zusammengesetzte Abbildung. Beweisen Sie die folgenden Aussagen:

(a) Sind f und g jeweils surjektiv, so ist $g \circ f$ surjektiv.
(b) Sind f und g jeweils injektiv, so ist $g \circ f$ injektiv.

Ein paar Hinweise zum Übungsbetrieb:

- Versuchen Sie zuerst zu verstehen, was gefragt ist, und schreiben Sie nicht einfach drauf los. Die Punkte gibt es in dieser Übung nicht für das bloße Ergebnis, sondern für den Lösungsweg.

- Verwenden Sie Prosatext nur wenn es nötig ist. Was textuell formuliert wird ist meist mehrdeutig und damit schon falsch. Orientieren Sie sich an der Beweisführung in der Vorlesung und der Übung.

- Achten Sie auf versteckte Haken in den Aufgaben. Beispielsweise verlangt die erste Abbildung aus Aufgabe 4 eine Fallunterscheidung.

- Nehmen Sie sich reichlich Zeit, denn jetzt haben Sie diese Zeit, und in der Klausur eher nicht.

- Bedenken Sie, dass der Lerneffekt für Sie viel wichtiger ist als die Punkte für die Aufgaben. Abschreiben ist durchaus ein adäquates Mittel wenn Ihnen die Zeit davonläuft. Es gibt aber Abstufungen beim Abschreiben:
  - Lassen Sie sich einen Tipp zur Lösung geben.
  - Lassen Sie sich den Lösungsansatz geben und arbeiten Sie die Lösung *selbst* aus.
  - Lassen Sie sich die Lösung geben und formulieren Sie sie mit Ihren *eigenen* Worten.

  Das schlichte Abschreiben einer Fremdlösung ohne Verständnis ist nutzlos, damit verschwenden Sie nicht nur Ihre Zeit, sondern vor allem auch die des Korrekteurs.

- Für den Übungsschein brauchen Sie 50% der Punkte, es ist also kein Problem, wenn Sie die ein oder andere Aufgabe nicht lösen können. Beachten Sie aber, dass im Laufe des Semesters mehr Stoff zusammen kommt, d. h. die Aufgaben werden mit der Zeit eher schwieriger.

- Notieren Sie auf jedem Blatt den vollständigen Namen und Ihre Matrikelnummer.

- In dieser Vorlesung gibt es auf jedem Blatt 16 Punkte, insgesamt gibt es $15 \cdot 16 = 240$ Punkte, von denen Sie 120 haben müssen für den Schein. Ihren Punktestand und die Klausurpunkte können Sie jederzeit im SLC-System nachsehen.

- Informieren Sie sich, welche Forderungen Ihr Studiengang stellt. Für Bachelor-Studenten zählt die Klausurnote, Diplom-Studenten benötigen dagegen den Übungsschein und eine (meist mündliche) Vordiplomsprüfung.

- Die Lösungen können zu zweit abgegeben werden, in diesem Fall schreiben beide Teilnehmer ihre Namen und Nummern auf jedes Blatt. Denken Sie bei der Arbeitsteilung aber daran: nicht die Übungspunkte, sondern der Lerneffekt zählt für die Klausur.