Die 16 $\left(= 2^{(2^2)}\right)$ zwei-stelligen logischen Verknüpfungen

	a	**0**	**0**	**1**	**1**	
	b	**0**	**1**	**0**	**1**	
0.		0	0	0	0	
1.		0	0	0	1	$a \wedge b$ Konjunktion (AND)
2.		0	0	1	0	
3.		0	0	1	1	
4.		0	1	0	0	
5.		0	1	0	1	
6.		0	1	1	0	$a \oplus b$ Antivalenz (EXOR)
7.		0	1	1	1	$a \vee b$ Disjunktion (OR)
8.		1	0	0	0	$a \downarrow b$ Peirce-Funktion (NOR)
9.		1	0	0	1	$a \leftrightarrow b$ Äquivalenz
10.		1	0	1	0	
11.		1	0	1	1	
12.		1	1	0	0	
13.		1	1	0	1	$a \rightarrow b$ Implikation
14.		1	1	1	0	$a \mid b$ Sheffer-Funktion (NAND)
15.		1	1	1	1	

Die 4 $\left(= 2^{(2^1)}\right)$ ein-stelligen logischen Verknüpfungen

	a	**0**	**1**	
0.		0	0	
1.		0	1	a Identität
2.		1	0	$\overline{a}$ Negation
3.		1	1	

Die 4 $\left(= 2^{(2^0)}\right)$ null-stelligen logischen Verknüpfungen

0.		0	Kontradiktion (nie)
1.		1	Tautologie (immer)

Logische Sätze (a, b, c seien logische Variablen)

		Bezeichnung
Negation der Negation	$\overline{\overline{a}} = a$	(NN)
Kommutativgesetz	$a \wedge b = b \wedge a$ $a \vee b = b \vee a$	($K_\wedge$) ($K_\vee$)
Assoziativgesetz	$a \wedge (b \wedge c) = (a \wedge b) \wedge c$ $a \vee (b \vee c) = (a \vee b) \vee c$	($A_\wedge$) ($A_\vee$)
Distributivgesetz	$a \wedge (b \vee c) = (a \wedge b) \vee (a \wedge c)$ $a \vee (b \wedge c) = (a \vee b) \wedge (a \vee c)$	($D_\wedge$) ($D_\vee$)
Idempotenzgesetz	$a \wedge a = a$ $a \vee a = a$	($I_\wedge$) ($I_\vee$)
Komplementgesetz	$a \wedge \overline{a} = 0$ $a \vee \overline{a} = 1$	($C_\wedge$) ($C_\vee$)
0-1-Gesetz	$a \wedge 1 = a \qquad a \wedge 0 = 0$ $a \vee 1 = 1 \qquad a \vee 0 = a$	($N_\wedge$) ($N_\vee$)
Absorptionsgesetz	$a \wedge (a \vee b) = a$ $a \vee (a \wedge b) = a$ $(a \wedge b) \vee (a \wedge \overline{b}) = a$ $(a \vee \overline{b}) \wedge b = a \wedge b$ $(a \wedge \overline{b}) \vee b = a \vee b$ $(a \vee b) \wedge (a \vee \overline{b}) = a$	($Ab_\wedge$) ($Ab_\vee$) (Ab_1) (Ab_2) (Ab_3) (Ab_4)
De Morgan´sche Regel	$\overline{(a \wedge b)} = \overline{a} \vee \overline{b}$ $\overline{(a \vee b)} = \overline{a} \wedge \overline{b}$	($M_\wedge$) ($M_\vee$)

<u>Shannon´scher Inversionssatz:</u>

Ein Boole´scher Ausdruck läßt sich negieren, indem alle $\vee$-Operatoren durch $\wedge$ (und umgekehrt) ersetzt und die Konstanten und Variablen negiert werden. Die Klammern bleiben erhalten:

Beispiel: $\overline{a_1 \wedge a_2 \ldots \wedge a_n} = \overline{a_1} \vee \overline{a_2} \vee \ldots \vee \overline{a_n}$

$\overline{(1 \vee ab) \wedge ((\overline{a} \wedge 1) \vee 0)} = (0 \wedge \overline{a} \vee \overline{b}) \vee ((a \vee 0) \wedge 1)$

<u>Vorrang Regeln:</u>

Es gelten folgende Prioritäten:

– geklammerte Verknüpfungen haben Vorrang vor

Negation ($\overline{\ }$)	hat Vorrang vor
Konjunktion ($\wedge$)	hat Vorrang vor
Disjunktion ($\vee$)	hat Vorrang vor
Implikation ($\rightarrow$)	hat Vorrang vor
Äquivalenz ($\leftrightarrow$)	hat Vorrang vor

- Reicht Negation über mehrere Variable oder Konstanten, dann gelten dies als geklammert.
- Abarbeitung von links nach rechts.
- Konjunktionszeichen kann zur Vereinfachung weggelassen werden.

Logische Verknüpfungen:

	Darstellung	**alternativ**	**Sprich:**	
Negation	$\overline{a}$	$(\neg a)$	nicht-a, oder a-quer	a $\overline{a}$ 0 1 1 0
Konjunktion UND	$a \wedge b$	$(a \cdot b)$; $(a\&b)$ *AND*	a und b	a b $a \wedge b$ 0 0 0 0 1 0 1 0 0 1 1 1
Disjunktion ODER	$a \vee b$	$(a+b)$ *OR*	a oder b	a b $a \vee b$ 0 0 0 0 1 1 1 0 1 1 1 1
Äquivalenz Bijunktion	$a \leftrightarrow b$	$(a \equiv b)$	a äquivalent b a genau dann, wenn b	a b $a \leftrightarrow b$ 0 0 1 0 1 0 1 0 0 1 1 1
Implikation Subjunktion	$a \rightarrow b$	$(a \supset b)$	aus a folgt b a impliziert b	a b $a \rightarrow b$ 0 0 1 0 1 1 1 0 0 1 1 1
Antivalenz exklusives ODER	$a \oplus b$	$(a \neq b)$	a antivalent b entweder a oder b	a b $a \oplus b$ 0 0 0 0 1 1 1 0 1 1 1 0
Peirce Funktion Negation der Disjunktion	$a \downarrow b$	$(a \overline{\vee} b)$; $(a*b)$ *NOR*	nicht beide a oder b	a b $a \downarrow b$ 0 0 1 0 1 0 1 0 0 1 1 0
Sheffer Funktion Negation der Konjunktion	$a \mid b$	$(a \overline{\wedge} b)$ *NAND*	nicht beide a und b	a b $a \mid b$ 0 0 1 0 1 1 1 0 1 1 1 0

Beispiele für Boole´sche Ausdrücke

f(a,b,c) = $(a \rightarrow b) \wedge (c \downarrow a) =$?

Für a=1, b=0; c=1 ist Ausdruck f(a,b,c) = 0

a b c	$(a \rightarrow b)$	$(c \downarrow a)$	$(a \rightarrow b) \wedge (c \downarrow a)$
0 0 0	1	1	1
0 0 1	1	0	0
0 1 0	1	1	1
0 1 1	1	0	0
1 0 0	0	0	0
1 0 1	0	0	0
1 1 0	1	0	0
1 1 1	1	0	0